MAGIE DELLA MATEMATICA

Francesco Campisi

La matematica è considerata dai più una scienza astratta ma, anche le teorie più astruse possono avere, magari decenni o secoli dopo la loro formulazione, applicazioni concrete in campi impensabili. Infatti i modelli matematici si usano oggi per simulare e ottimizzare problemi di interesse reale che si incontrano nelle scienze, nell'ingegneria, nella medicina, nell'economia eccetera. Per esempio nel campo delle previsioni meteorologiche, nella teoria dei giochi, per l'analisi di rischio sismico, per le applicazioni finanziarie, per la simulazione di processi di inquinamento atmosferico o idrico; e la lista potrebbe continuare.

Gli studi di *Etnomatematica* ci hanno ampiamente dimostrato che esiste una matematica del camionista, del medico, del muratore, dell'ingegnere, della casalinga, dell'architetto, del biologo, del contadino, del negoziante, dell'informatico, della sarta eccetera. Questi tipi di matematica non si apprendono a scuola. Fanno parte sì della quotidianità, ma vengono appresi nell'attività ripetuta di giorno in giorno, grazie alle basi apprese a scuola, oppure apprese nell'apprendistato, oppure apprese per imitazione, oppure semplicemente implicite. Esiste però anche una matematica che diverte, che non annoia e che, se saputa "*raccontare*", riesce a convincere e a far avvicinare alla "*madre di tutte le scienze*" anche le persone più sospettose, più riluttanti quelle, per esempio, che hanno avuto cattivi maestri che volevano far risolvere ai bambini delle elementari i problemi della mamma che andava al mercato per vendere una quantità di farina ad un certo prezzo e che strada facendo un buco nel sacco ne disperdeva una certa quantità… . Da bambini ci spaventavano più queste tipologie di problemi che le minacce dell'arrivo de " *'u vuvù* " (uomo brutto e cattivo).

E' opinione comune che l'unico modo per apprendere la matematica sia fare un congruo numero di esercizi dopo aver appreso la teoria. Ciò è senz'altro vero; ma vorrei aggiungere che il modo migliore sia avvicinarsi alla materia con umiltà e lasciare al tempo di trasformare, attraverso varie esperienze e varie tipologie di esercizi, i gesti ripetitivi in conoscenza interiorizzata.

Alla luce di quanto detto sono sempre più convinto che i numeri non finiscano mai di stupire e, per dimostrarvelo e (speriamo) farvi divertire e farvi ripetere alcune proprietà fondamentali, ho scelto alcuni semplici giochi che vi voglio proporre.

1. **UN CALCOLO FATTO CON I PIEDI** – Lo sapevate che la misura delle vostre scarpe è collegata alla vostra età?

a) *Dite ad un vostro amico di pensare al numero delle sue scarpe (senza eventuali mezze misure- se è 41,5 si prende 41- e senza comunicarlo);*
b) *Fate moltiplicare quel numero per 100 (se la misura è 41 il prodotto sarà 4100);*
c) *Dal risultato ottenuto fategli sottrarre il suo anno di nascita (se è nato il 1955 dovrà eseguire mentalmente o aiutandosi con carta e penna la differenza 4100-1955 e comunicare il risultato 2145;*

Se all'unico risultato che ci è stato comunicato (2145) aggiungiamo l'anno corrente 2015 otteniamo 4160; le prime due cifre rappresenteranno il numero delle scarpe dell'amico (41) e le altre due l'età (60). Infatti essendo nato il 1955 nel 2015 ha proprio 60 anni.

Perché siamo in grado di "indovinare" sia il numero delle scarpe che l'età del nostro amico pur avendo avuto quell'unica informazione (2145)? Per spiegarlo ci aiuteremo con le lettere.

- Indichiamo con ***xy*** il numero delle scarpe dell'amico;
- Indichiamo con ***a*** l'anno di nascita;
- Indichiamo con ***s*** il risultato che ci verrà comunicato;
- Indichiamo co ***zt*** l'età della persona (sperando che non sia un centenario).

Il nostro amico dovrà eseguire le seguenti operazioni:

$$s = xy \otimes 100 - a$$

Se al risultato ***s*** che ci viene comunicato aggiungiamo l'anno corrente che indichiamo con ***c*** otterremo:

$$s + c = xy \otimes 100 - a + c = xy \otimes 100 + (c - a)$$

La quantità ***(c-a)*** rappresenta la differenza tra l'anno corrente e l'anno di nascita ovvero l'età dell'amico che abbiamo indicato con ***zt*** e pertanto si avrà:

$$\begin{array}{r} xy00\ + \\ zt \\ \hline xyzt \end{array}$$

ovvero le prime due cifre rappresentano il numero delle scarpe e le altre due l'età. Quale "grande trucco" abbiamo applicato? Semplicemente la proprietà commutativa dell' addizione: ***(-a+c)=(c-a).***

2. **QUESTO CALCOLO NON PUO' ESSERE PROPOSTO ALLE DONNE**
   (e capirete perché)

   Dite ad un vostro amico di moltiplicare la sua età (a una donna non si chiede mai l'età) *per 259 e poi il risultato ottenuto per 39. Il prodotto che si otterrà è abbastanza curioso. Infatti se l'età del vostro amico è 73 anni si otterrà come risultato 737373. Se l'età è 37 il risultato sarà 373737.*

   Ciò è possibile in quanto i due fattori 259 e 39 danno come prodotto 10101 e si capisce perché moltiplicando per una qualsiasi età xy (che non sia un centenario) tale coppia si ripeterà per tre volte. Eseguiamo il calcolo:

$$\begin{array}{r} 1\,0\,1\,0\,1\ \times \\ xy \\ \hline y\,0\,y\,0\,y \\ x\,0\,x\,0\,x \\ \hline x\,y\,x\,y\,x\,y \end{array}$$

Facciamo qualche altra considerazione che potrebbe suscitare la curiosità di grandi e piccini. La coppia di numeri per cui bisogna moltiplicare l'età è (39,259). Ci chiediamo: *è l'unica coppia che realizza quel risultato?* No e ce ne sono delle altre. Per trovarle occorre considerare il fatto che il numero che realizza la "magia" è 10101. Se lo scomponiamo in fattori primi otteniamo

$$10101 = 3 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 37$$

e, volendo, possiamo prendere altre coppie: (21,481) ottenuta dalla moltiplicazione dei primi due e dei secondi due numeri; la coppia (37,273) e altre che daranno come prodotto sempre il numero “magico” 10101.

3. PENSA UN NUMERO …

a) *Chiedete ad una o più persone di pensare un numero di due cifre (da 10 a 99 per esempio 78);*
b) *Fate eseguire la somma delle sue cifre (7+8=15);*
c) *Fate eseguire la sottrazione tra il numero scelto e la somma precedente (78-15=63).*

A questo punto potrete comunicare ai partecipanti che la somma delle cifre dell’ultimo risultato ottenuto è 9, quale che sia il numero scelto inizialmente. Se volete creare un po’ di suspense potete scrivere il risultato finale 9 in una busta e farla aprire alla fine del gioco. Spieghiamo come si realizza la “magia”:

Fin dalle scuole elementari ci hanno insegnato che il nostro sistema di numerazione è a base 10, è posizionale e ogni cifra assume un valore (unità, decine, centinaia,…) a seconda del posto che occupa. Pertanto il numero **2759** è composto da **9 unità**, **5 decine**, **7 centinaia** e **2 migliaia** ovvero si potrà scrivere

$$2759 = 2\cdot 10^3 + 7\cdot 10^2 + 5\cdot 10 + 9 .$$

Un qualsivoglia numero ***n*** di due cifre (***x y*)**, in base 10, può essere scritto nel seguente modo

$$n = x\cdot 10 + y$$

Al punto c) abbiamo fatto eseguire la sottrazione tra il numero scelto ***n*** e la somma delle sue cifre **(*x*+*y*)** cioè

$$n-(x+y) = x\cdot 10 + \cancel{y} - x - \cancel{y} = x\cdot 10 - x = x\cdot 9$$

Il risultato ottenuto è pertanto sempre un multiplo di 9, quale che sia il numero scelto a piacere. Vale a questo punto ricordare che un numero è divisibile per nove se la somma delle sue cifre è un multiplo di 9. Nel nostro caso avendo imposto di scegliere un numero minore di cento, la somma delle cifre è 9.

4. TU SCEGLI IL NUMERO, FAI IL CALCOLO E IO INDOVINO IL RISULTATO

a) *Chiedete ad un amico di pensare un numero* ***n*** *(di due cifre è meglio per facilitargli il calcolo; per noi non è un problema);*
b) *Ditegli di fare il doppio;*
c) *Fategli aggiungere un numero* ***k*** *da noi scelto;*
d) *Il risultato ottenuto fatelo dividere per 2;*
e) *Fate sottrarre da questo risultato il numero che ha scelto* ***n****;*

Ebbene, dopo tutti questi calcoli “complicati” sapete quale sarà il risultato? Esattamente la metà del numero ***k*** *che noi abbiamo indicato di aggiungere.*

Prima di dimostrarvi quanto vi ho detto facciamo un esempio:

Il numero che la persona pensa supponiamo sia ***79***; eseguiamo i vari passi.

b) il doppio è ***158****;*

c) noi che conduciamo il gioco gli facciamo aggiungere ***30****;****158+30=188****;*

d)la metà di 188 è ***94****;*

*e)la differenza tra **94** e il numero scelto **79** è **15** esattamente la metà del numero che gli abbiamo fatto aggiungere.*

Cerchiamo di spiegare matematicamente perché avviene tutto ciò.

Il nostro amico sceglie il numero ***n*** che, come vedremo, durante il calcolo scompare. Indichiamo con ***k*** il numero che scegliamo e con ***x*** il risultato dell'operazione. L'equazione che si deve impostare, seguendo i vari passi, è la seguente:

$$\frac{2n+k}{2}-n=x$$

Applicando i principi di equivalenza delle equazioni si otterrà:

$$\cancel{2n}+k-\cancel{2n}=2x$$

I termini con ***n*** si elidono perché opposti (ecco perché dicevamo che il numero che si pensa è ininfluente sul risultato finale) e otteniamo:

$$k=2x$$

E pertanto il risultato finale ***x*** sarà:

$$x=\frac{k}{2}$$

Dunque il risultato finale sarà esattamente la metà del numero ***k*** che noi facciamo aggiungere. (se non volete operare con i numeri decimali scegliete il valore di ***k*** intero).

Vi consiglio di non svelare la soluzione ma ripeterlo contemporaneamente a più persone . E' evidente che pur scegliendo numeri diversi arriveranno allo stesso risultato che chi propone il gioco "indovinerà" e a questo punto capiranno il perché.

CONCLUSIONI

Ho voluto prendere in considerazione quattro semplici problemi che molti di voi conosceranno (e diranno: "sono vecchi!"). Ma il mio obiettivo è stato quello di mettere in risalto la spiegazione (che molti chiamano trucco) dal punto di vista matematico, creare un modello in modo che non servisse a risolvere un singolo problema ma una pluralità di problemi similari, e far ripetere alcune proprietà studiate in algebra.

Inoltre lo studente, solo attraverso questi semplici problemi, potrà fissare alcuni concetti:

- Introduzione di opportune lettere per generalizzare un problema;
- Creazione di opportune equazioni che sintetizzino il problema e lo risolvano;
- Scomposizione dei numeri in fattori primi;
- Scrittura di un numero in base 10 e opportunità di estendere ad altre basi;
- Scrittura posizionale dei numeri;
- Fissare ancora meglio i principi di equivalenza delle equazioni.

Avvicinatevi dunque alla matematica con umiltà e molta curiosità; la sua pratica fa bene alla mente e allo spirito e non crea dipendenza.